

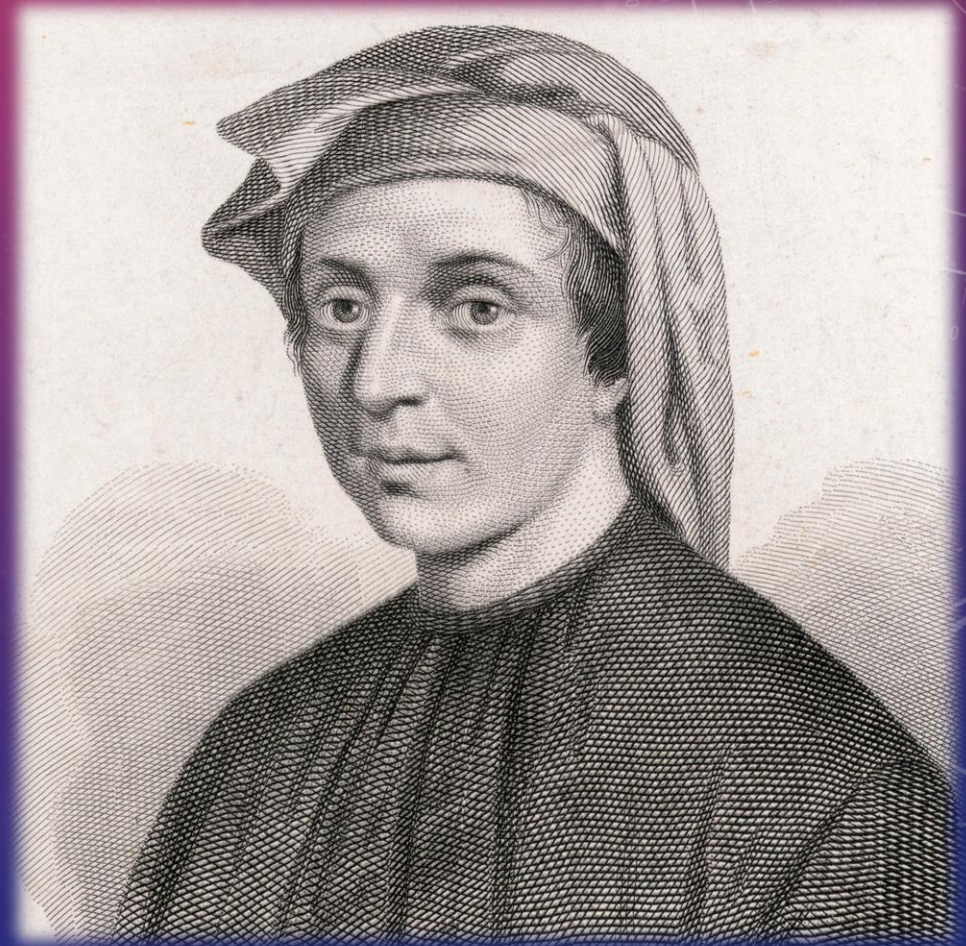


CIĄG FIBONACCIEGO



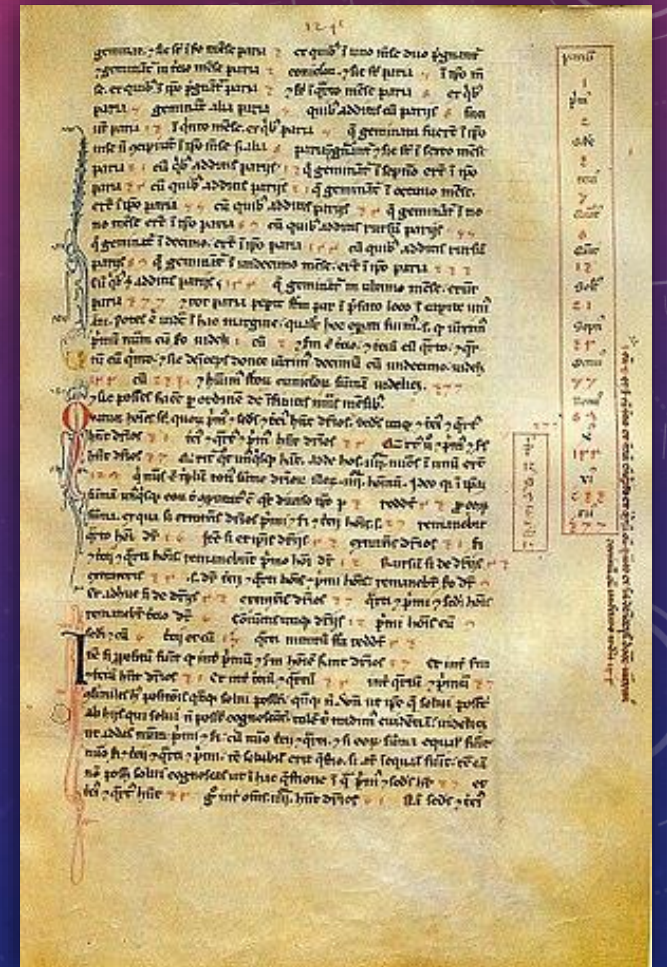
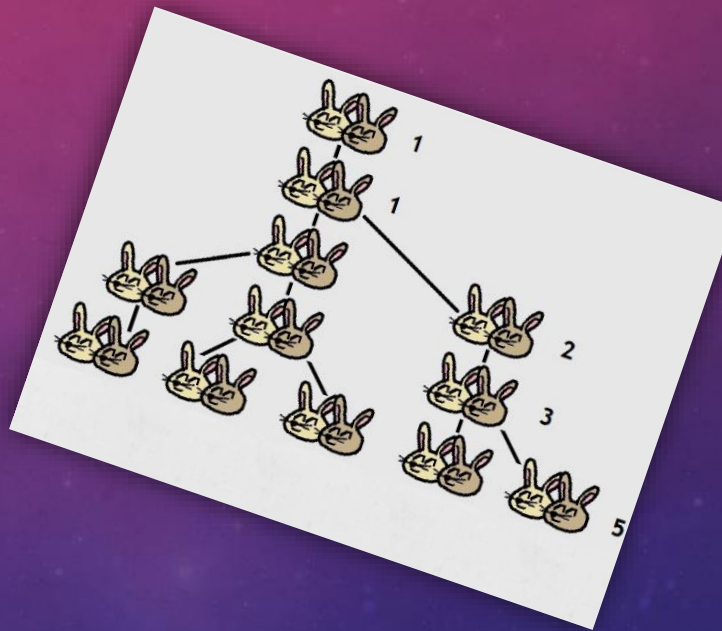
TWÓRCA CIĄGU

- ❖ Fibonacci - (1175 - 1250) włoski matematyk, znany jako Leonardo Fibonacci, Filius Bonacci (syn Bonacciego), Leonardo Pisano (z Pizy).
- ❖ Napisał szereg rozpraw matematycznych, z których wiele zaginęło. Wśród prac, których kopie zachowały się do czasów współczesnych znajdują się:
 - 1) *Liber Abaci* (1202) - *Książka o obliczeniach* - gdzie opisał system pozycyjny liczb i wyłożył podstawy arytmetyki,
 - 2) *Practica geometriae* (1220) - kompendium technik geodezyjnych, pomiaru i podziału obszarów i objętości oraz innych zagadnień z geometrii,
 - 3) *Flos* (1225) - rozwiązania problemów stawianych przez Jana z Palermo,
 - 4) *Liber quadratorum* - *Księga kwadratów* - książka o algebrze.



STWORZENIE CIĄGU

Ciąg został omówiony w roku 1202 przez Leonarda z Pizy w dziele *Liber abaci* jako rozwiązanie zadania o rozmnażaniu się królików. Nazwę „ciąg Fibonacciego” spopularyzował w XIX wieku Édouard Lucas - francuski matematyk.



CIĄG FIBONACCIEGO - CO TO JEST?

❖ Ciąg Fibonacciego - ciąg liczb naturalnych określony rekurencyjnie w sposób następujący:

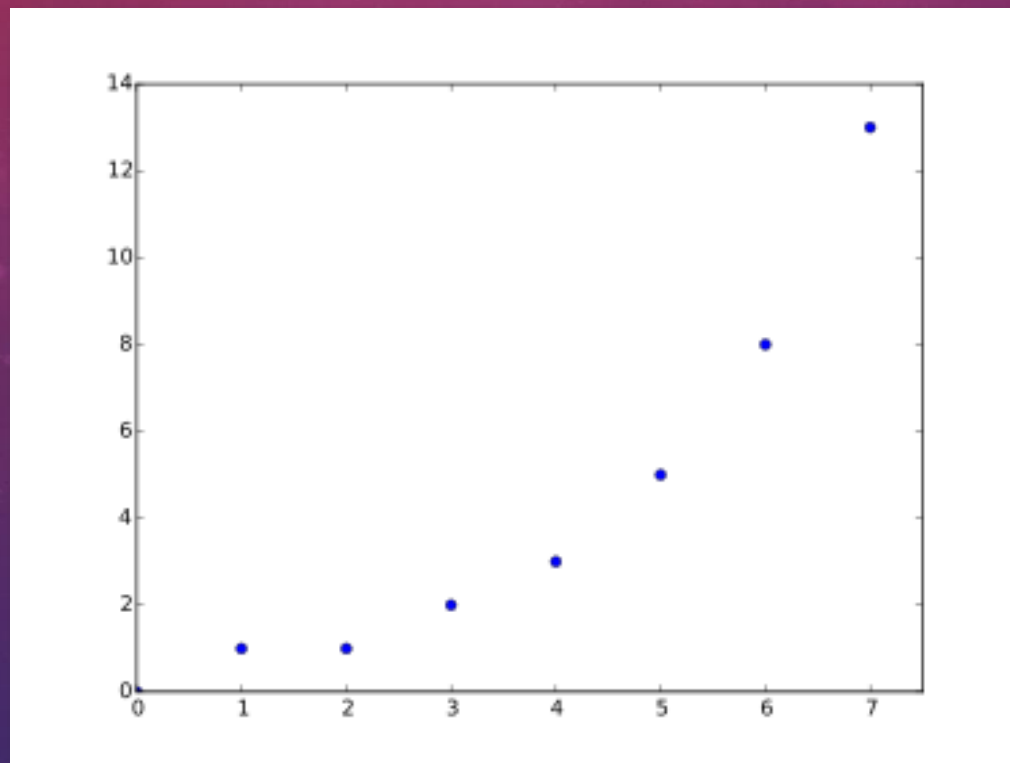
1) Pierwszy wyraz jest równy 0, drugi jest równy 1, każdy następny jest sumą dwóch poprzednich.

❖ Kolejne wyrazy tego ciągu nazywane są liczbami Fibonacciego. Zaliczanie zera do elementów ciągu Fibonacciego zależy od umowy.

$$F(n) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } n = 0 \\ 1 & \text{gdy } n = 1 \\ F(n-1) + F(n-2) & \text{gdy } n > 1 \end{cases}$$

wzór

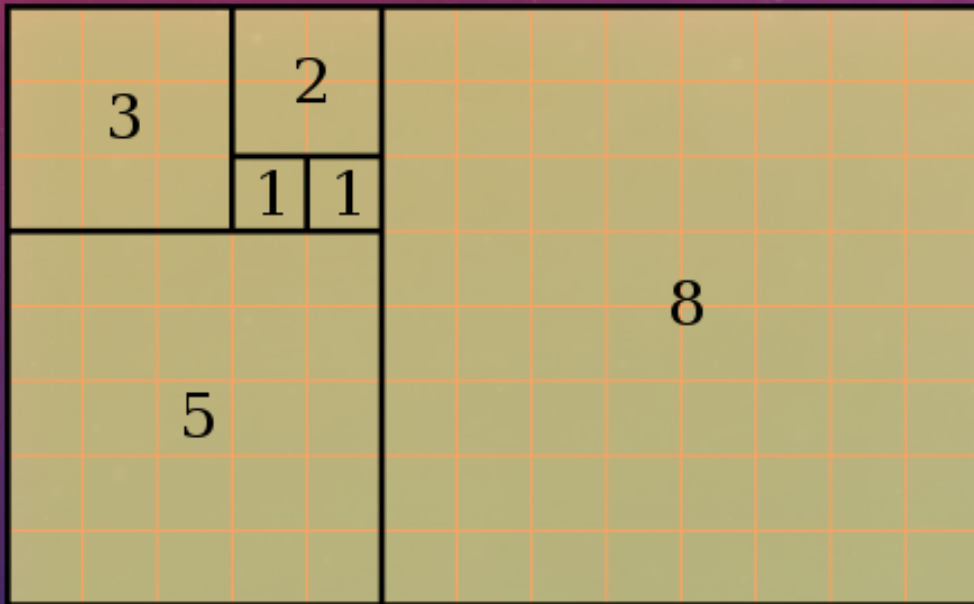
WYKRES FUNKCJI DLA PIERWSZYCH OŚMIU WYRAZÓW CIĄGU FIBONACCIEGO



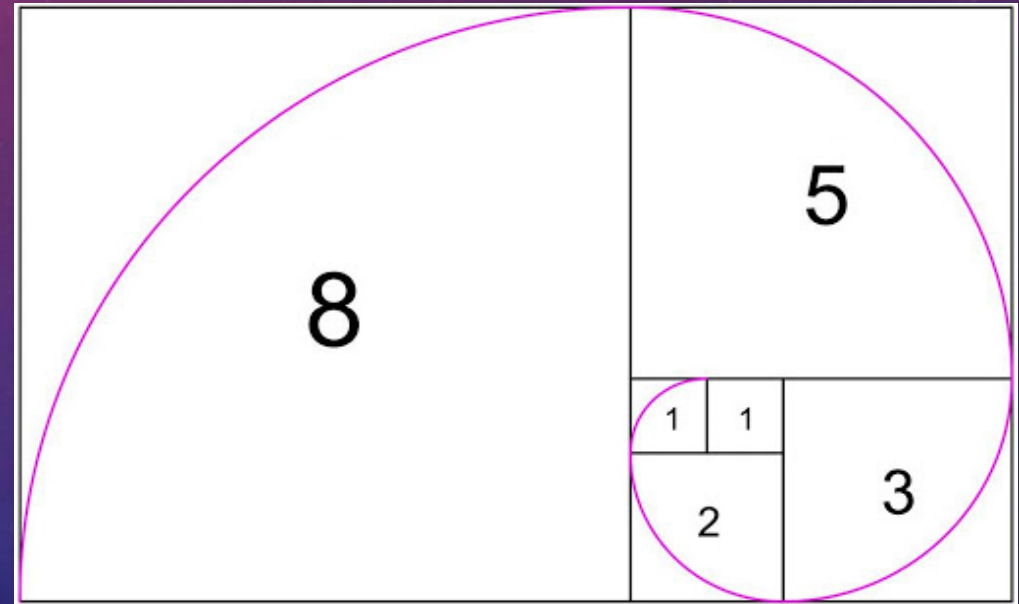
Pozioma oś pokazuje wyrazy ciągu, natomiast pionowa - ich wartości.

GRAFICZNE PRZEDSTAWIENIE CIĄGU

Ciąg kwadratów, których długości boków są kolejnymi liczbami Fibonacciego

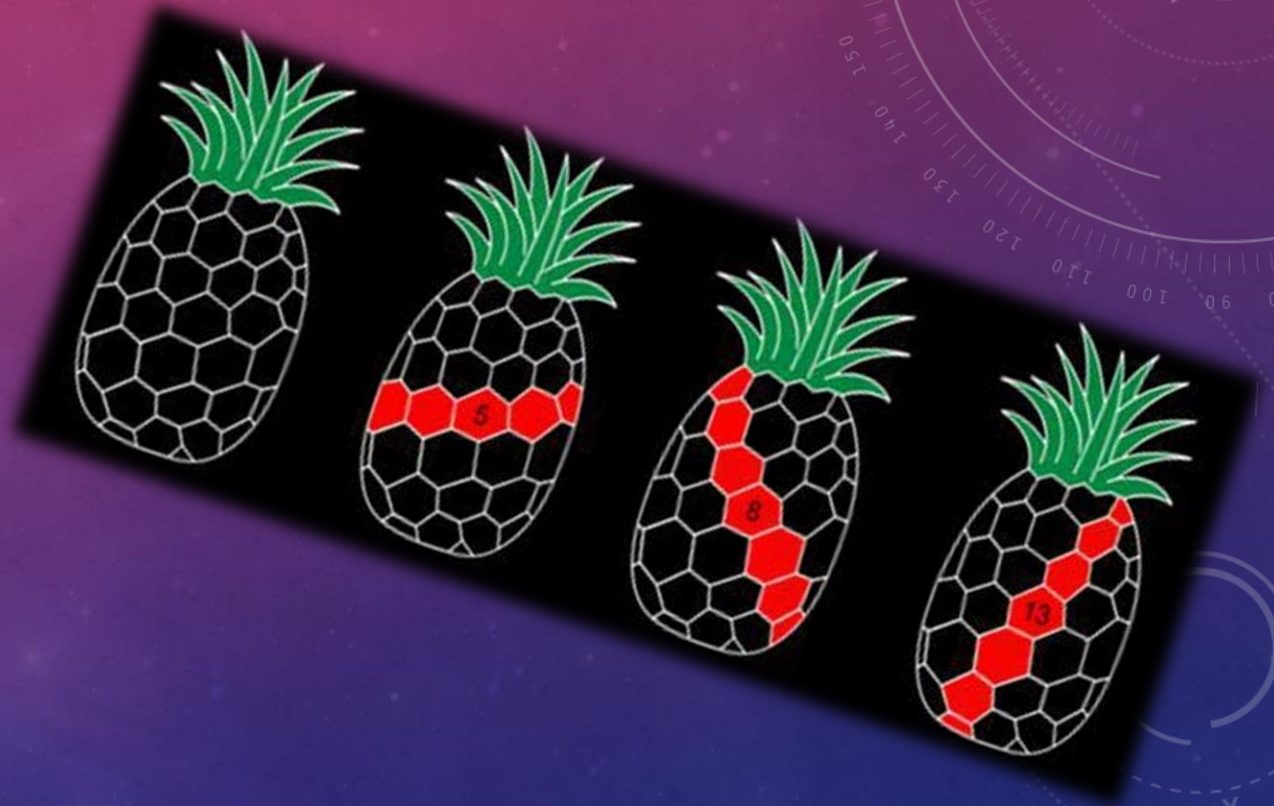


Kiedy połączymy miejsca styczności zewnętrznych odcinków poszczególnych kwadratów, powstaje tzw. złota spirala, w przyrodzie bardzo często spotykana.



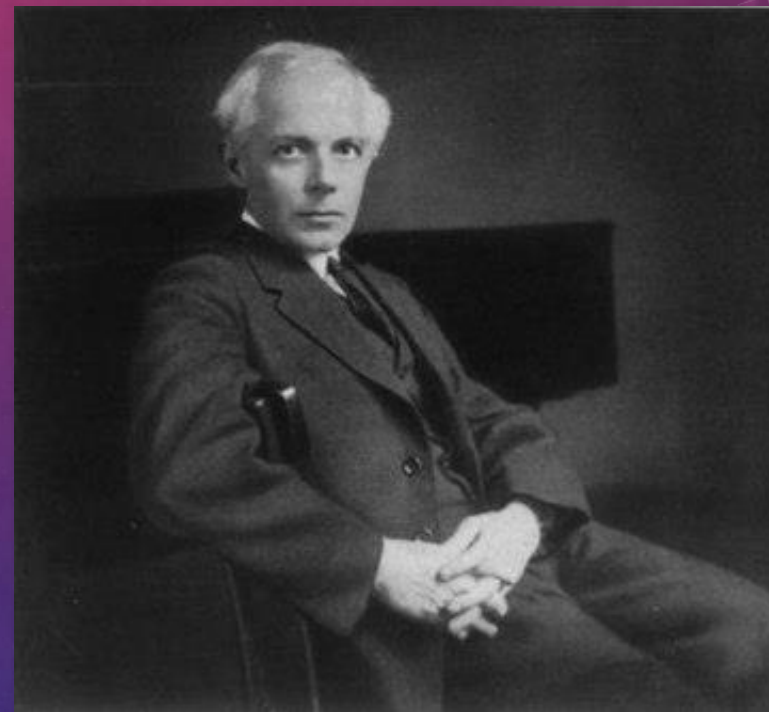
CIĄG FIBONACCIEGO W BIOLOGII

- ❖ W kształtach wielu roślin widać linie spiralne. Na przykład na owocu ananasa 8 takich linii biegnie w jedną stronę, a 5 lub 13 w przeciwną.
- ❖ Każdy zawiązek nowego organu wyrasta z centralnie usytuowanego skupiska komórek w innym kierunku, pod pewnym kątem w stosunku do zawiązku, który pojawił się wcześniej. Ten kąt to w przybliżeniu $137,5$ stopnia (jest to tak zwany „Złoty kąt”). Jego dopełnienie do 360 stopni wynosi w przybliżeniu $5/8$ kąta pełnego, dokładniej jest to $8/13$ kąta pełnego, jeszcze dokładniej $13/21$ i tak dalej (oparcie na liczbach Fibonacciego).



CIĄG FIBONACCIEGO W MUZYCE

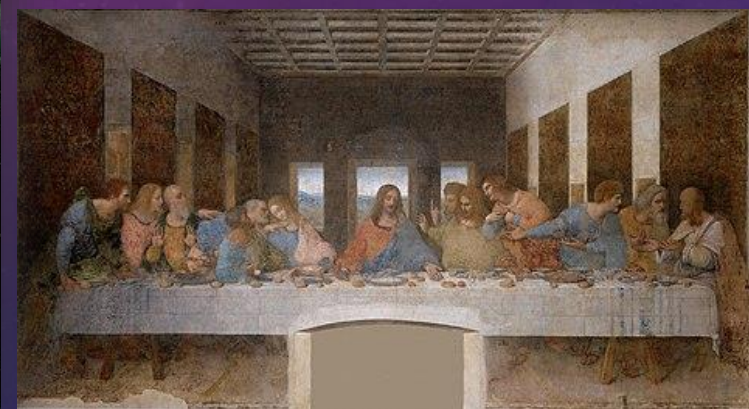
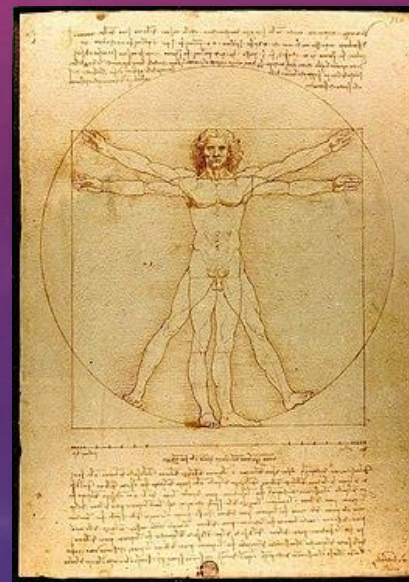
- ❖ Niektórzy muzykolodzy dopatrują się istnienia ciągu Fibonacciego w utworach muzycznych oraz w budowie instrumentów. Zależności takie występują w utworach muzycznych - najczęściej w proporcjach rytmicznych. Węgierski muzykolog Erno Lendvai wykrył wiele takich zależności w muzyce Beli Bartóka, przede wszystkim w *Muzyce na instrumenty strunowe, perkusję i czelestę*.
- ❖ W drugiej połowie XX wieku ciąg Fibonacciego stosowany był przez niektórych kompozytorów do proporcjonalnego porządkowania rytmu lub harmonii.



Béla Bartók

CIĄG FIBONACCIEGO W LITERATURZE

- ❖ Motyw ciągu Fibonacciego wykorzystany został także w utworach literackich.
- ❖ Na przykład w książce *Kod Leonarda da Vinci* Dana Browna stanowi on element jednego z kodów, który muszą złamać główni bohaterowie.



BIBLIOGRAFIA

- https://pl.wikipedia.org/wiki/Ci%C4%85g_Fibonacciego
- <https://www.edukator.pl/presentation/show/?id=8921>

DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ!